

Mathematik 2 Umweltingenieurwesen

ZÜRCHER HOCHSCHULE FÜR ANGEWANDTE WISSENSCHAFTEN
DEPARTEMENT LIFE SCIENCES UND FACILITY MANAGEMENT

INSTITUT IUNR

Modellierung mit Differentialgleichung

ANGEWANDTE MATHEMATIK UND STATISTIK, 2. SEMESTER

Von:

Urs Podzorksi

Elena Arnold

Roman Gerber

Martin Kyburz

Abgabedatum: 1.6.2013

Wärmebilanz eines Hauses

1) Herleitung der Gleichung? Was ist Wärme? Was ist ein Wärmestrom?

- Die Gleichung ist die mathematische Darstellung der Wärmebilanz in einem gegebenen Haus. Dabei wird von einer ausgehenden Temperatur (T_0) die effektive (zu einer bestimmten Zeit gemessene) Temperatur ausgerechnet, bei dem nach einer bestimmten Wärmezufuhr die Wärmeverluste miteinbezogen werden.
- Ein Wärmestrom ist ein Temperaturanstieg abhängig von der Umgebungstemperatur.
- Wärme ist ein umfassender Begriff. Physikalisch ist es eine Bewegungsenergie der Atome und Moleküle. Wir Menschen oder Tiere empfinden Wärme als eine Einwirkung auf unseren Körper.

2) Lineare oder nichtlineare Gleichung?

- Die Differentialgleichung ist nicht linear, weil Produkte und Potenzen in der Gleichung vorkommen.

3) Verschiedene Angaben zur Luft:

- Die molare Wärmekapazität der Luft beträgt 21 Joule pro Kelvin und mol ($21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$).
- Die Luftmenge n im Haus berechnet sich aus dem Volumen des Hauses und der Luftdichte (1.241 kg / m^3), das bedeutet konkret $50 \text{ m}^3 * 1.241 \text{ kg/m}^3 = 60.205 \text{ kg}$.

4) Lösung der Differentialgleichung mittels Eulerverfahren

$$U=0.7$$

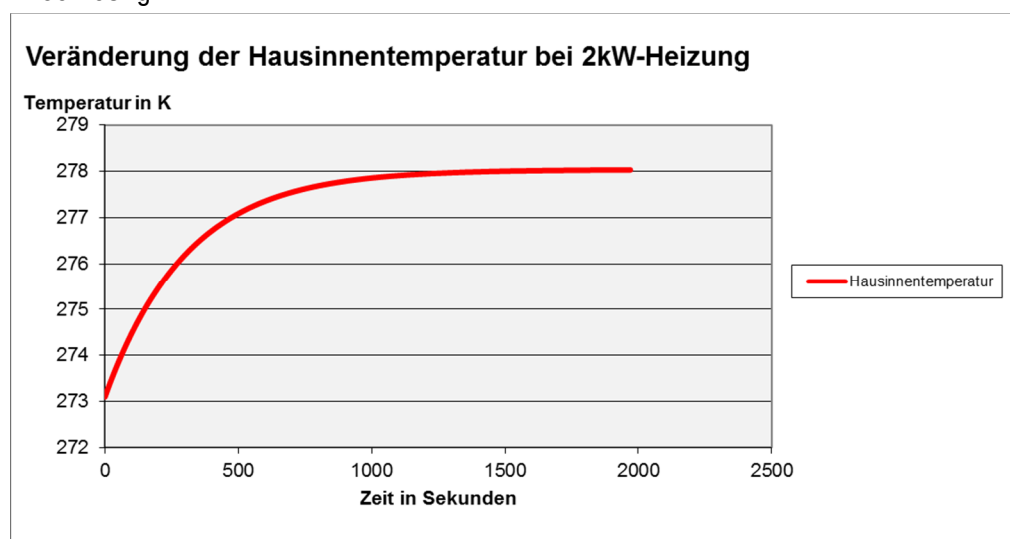
$$A=90 \text{ m}^2$$

$$E=0.8$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$$

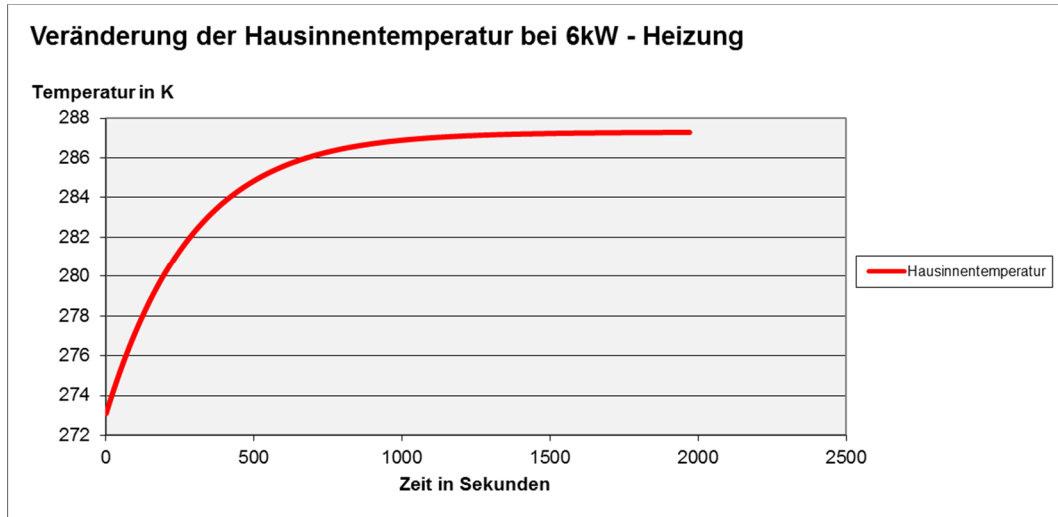
$$C_{\text{mol}} = 21 \text{ Joule/Kelvin}$$

$$n = 60.205 \text{ kg}$$

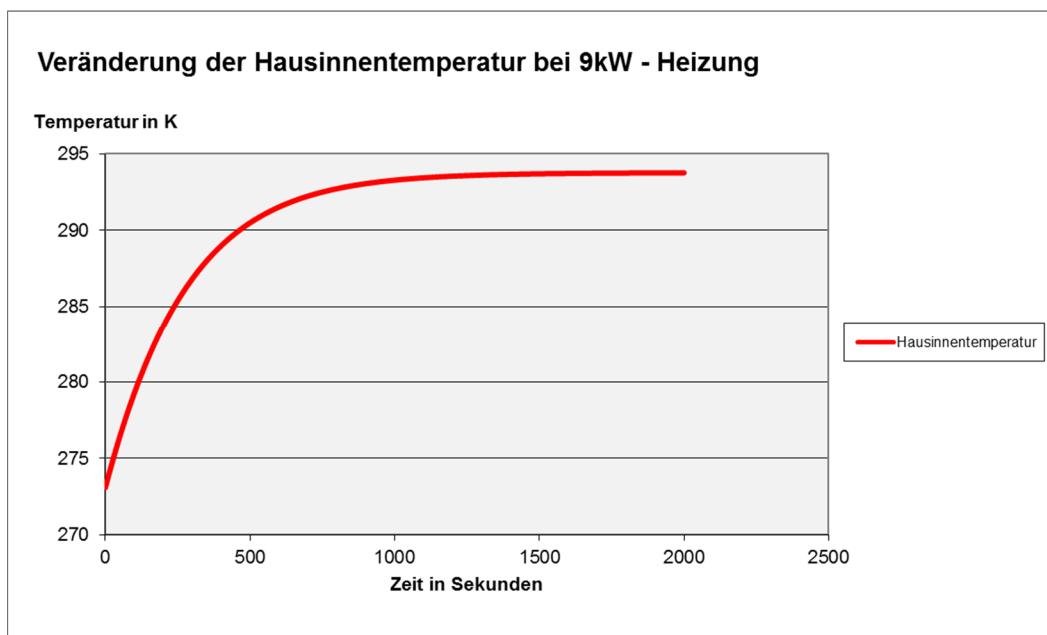


Ganz normaler Temperaturverlauf bei den angegebenen Parameter: Stabilisation bei ungefähr 1200 Sekunden (20 Minuten) auf ca. 278 K, bzw. 5°C.

5) Veränderung des Temperaturverlaufs bei Änderung der einzelnen Parameter:

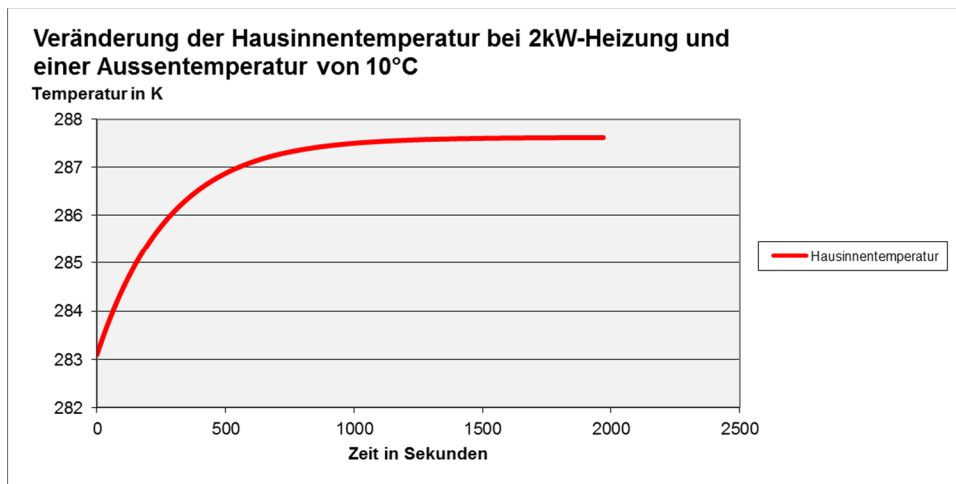


6kW-Heizung, das heisst es stabilisiert sich zur gleichen Zeit (!) bei etwa 287 K, bzw. 15°C

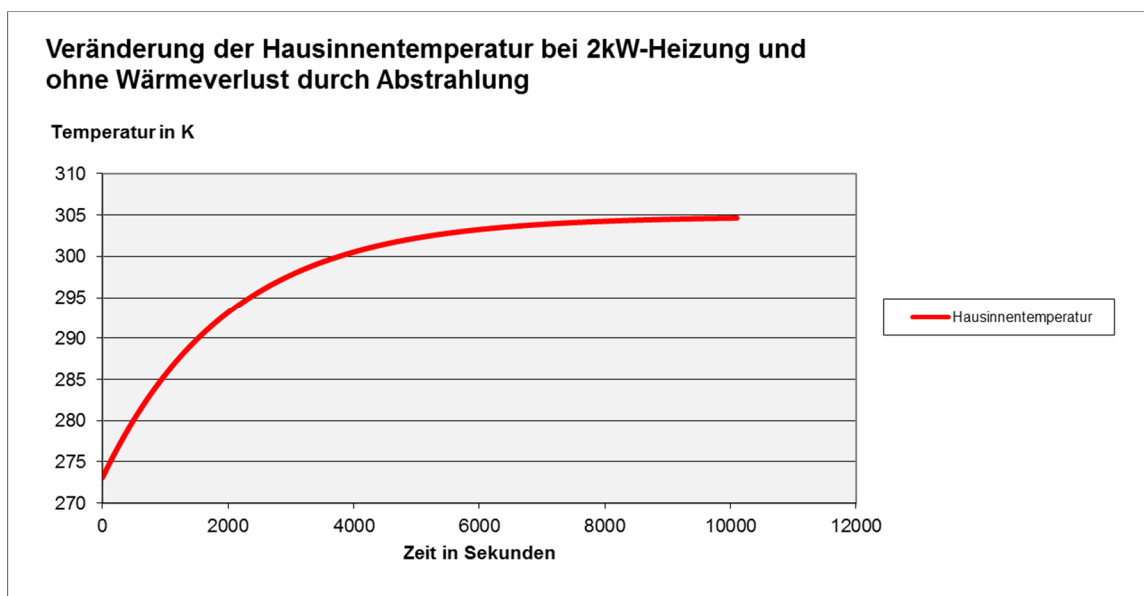


Erst mit einer 9kW-Heizung stabilisiert sich die Hausinnentemperatur bei etwa 293 K, bzw. 20°C.

Modellierung der Wärmebilanz



Was passiert wenn man die Aussentemperatur raufsetzt, in diesem Fall 10 K höher? Die Werte verschieben sich einfach genau um 10 K nach oben und stabilisieren sich ca. 288 K, bzw. 15°C.



Was passiert, wenn man die Wärmeverluste nicht mit berücksichtigt (z.B. bei perfekter Isolation)? Es wird sauheiss!!;-) Und es geht viel länger bis sich einigermaßen ein Gleichgewicht einstellt (10000 Sekunden) und es stellt sich etwa bei 305 K, bzw. 32°C ein.

6) Diskussion des Modells:

Die Änderung der Parameter hatte einen entscheidenden Einfluss auf die Stabilisierung der Temperatur. Pendelt sich die Temperatur bei einer 2KW-Heizung bei 278 Kelvin (5°C) ein, liegt der Wert bei einer 6KW-Heizung wesentlich höher, nämlich bei 287 Kelvin (15°C). Was hier jedoch auffällt ist, dass bei beiden Modellen das Zeitintervall gleich ist. Dies bedeutet, dass bei der Nutzung einer 2 KW-Heizung

7) Nützlichkeit des Modells:

Modellierung der Wärmebilanz